

Processos Estocásticos
Engenharia de Telecomunicações

Professor: Roberto Wanderley da Nóbrega

Semestre: 2025.2

Lista de exercícios 2

1. Seja $X(t) = \text{rect}(t - T)$, onde $T \sim \text{Uniform}(\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right])$.

- (a) Determine e esboce a função massa de probabilidade de primeira ordem de $X(t)$ para instantes $t = 0,3$ e $t = 1,7$. Generalize o resultado para um instante t qualquer.
- (b) Determine e esboce a função média de $X(t)$.

2. Sejam $A, B, C \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{Bernoulli}(\frac{1}{4})$ Considere o processo estocástico $X(t)$ definido por

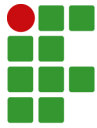
$$X(t) = A \text{rect}\left(\frac{t-2}{4}\right) + B \text{rect}\left(\frac{t-6}{4}\right) + C \text{rect}\left(\frac{t-4}{8}\right).$$

- (a) Esboce todas as possíveis funções-amostra de $X(t)$, indicando suas respectivas probabilidades de ocorrência.
- (b) Determine e esboce a função massa de probabilidade de primeira ordem de $X(t)$. (Deve haver um esboço para cada intervalo de tempo relevante.)
- (c) Determine e esboce a função média de $X(t)$.
- (d) Determine a função massa de probabilidade de segunda ordem de $X(t)$, considerando apenas valores t_1 e t_2 satisfazendo de $0 < t_1 < 4$ e $-\infty < t_2 < \infty$. (Não precisa esboçar.)

3. Determine a função média e a função autocovariância do processo estocástico

$$X(t) = A \cos(2\pi Ft + \Theta),$$

onde $A \sim \text{Uniform}([0, a])$, $F \sim \text{Uniform}([0, f_0])$ e $\Theta \sim \text{Uniform}([0, 2\pi])$ são variáveis aleatórias independentes par a par.



4. Considere uma sequência de bits independentes e equiprováveis que gera um processo estocástico $X[n]$ da seguinte maneira. Se o bit é 0, então os dois próximos valores de $X[n]$ são +1 e -1; se o bit é 1, então os dois próximos valores de $X[n]$ são -1 e +1. Por exemplo, a sequência de bits 1001... gera a sequência de amostras -1, +1, +1, -1, +1, -1, -1, +1, Determine a função média e a função autocovariância de $X[n]$.

5. Seja $X(t)$ um processo estocástico definido por

$$X(t) = A_1 \cos(2\pi t) + A_2 \sin(2\pi t),$$

onde A_1 e A_2 são variáveis aleatórias i.i.d., ambas assumindo os valores -2 e 1 com probabilidades $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$, respectivamente. Determine a função média e a função autocovariância de $X(t)$ e conclua que $X(t)$ é um processo estocástico estacionário no sentido amplo.

6. Seja $X[n]$ um processo estocástico de parâmetro discreto, em que $X[n]$, para todo n , são variáveis aleatórias gaussianas i.i.d. de média 0 e variância 2. Seja

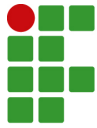
$$Y[n] = 3X[n] + 4X[n-1].$$

Determine:

- (a) A função autocovariância de $X[n]$. Esboce.
 - (b) A função autocovariância de $Y[n]$, sem utilizar análise no domínio da frequência. Esboce.
 - (c) A função autocovariância de $Y[n]$, utilizando análise no domínio da frequência.
 - (d) A função densidade de probabilidade de $Y[3]$.
 - (e) A covariância entre $Y[3]$ e $Y[4]$.
 - (f) $\Pr[Y[3] > 0 \mid Y[1] = 1]$.
7. Seja $Y(t)$ o processo estocástico obtido na saída de um sistema LTI com resposta ao impulso

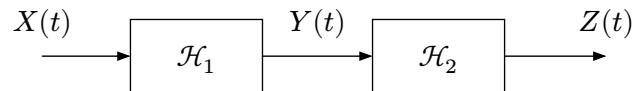
$$h(t) = \begin{cases} e^{-t/5}, & \text{se } t \geq 0, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

supondo na entrada ruído branco $X(t)$ com média nula e densidade espectral de potência $S_X(f) = 4$, para todo f . Determine a covariância entre $Y(40)$ e $Y(42)$.



8. Considere o diagrama de blocos abaixo, em que

- $X(t)$ é ruído branco de média zero e densidade espectral de potência $S_X(f) = 2$.
- $\mathcal{H}_1$ é um sistema LTI com resposta ao impulso dada por $h_1(t) = 2 \text{sinc}(3t)$.
- $\mathcal{H}_2$ é um sistema LTI com resposta em frequência dada por $H_2(f) = 4[-5 \leq f \leq 5]$.



Determine, para cada um dos processos, a função autocovariância (esboce), a função densidade espectral de potência (esboce) e a potência média.